

Test Maths Janvier 2016

Eléments de correction.

Ex1 /4

1. Un graphe est connexe si 2 sommets quelconques sont
/1 reliés par une chaîne : ce graphe est connexe.

2. Il y a 6 sommets donc l'ordre du graphe est 6.

3.

sommets	1	2	3	4	5	6
degré	1	2	3	2	2	2

Ex2 /6

1. Un graphe est complet si tous ses sommets sont
/1 adjacents, ce qui n'est pas le cas avec ce graphe.

Le graphe n'est donc pas complet.

2. Matrice d'adjacence:

/1

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G & H \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

3. Il faut calculer M^3 et étudier la valeur du
/1 coefficient $m_{2,8}^3$

Ligne 2 de $M^3 = (5 \quad 4 \quad 6 \quad 7 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad \boxed{3})$

$m_{2,8}^3 = 3$

/1 Il existe donc 3 chemins de longueur
3 reliant B à H.

4. Chemins de B à H de longueur 3: B-D-F-H

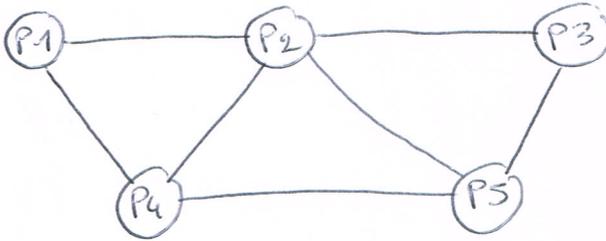
B-C-D-H

B-C-E-H

Ex 3 /6

1. Cela revient à modéliser la situation à l'aide d'un graphe et de trouver un cycle eulérien.

/1



/1

sommet	P1	P2	P3	P4	P5
degré	2	4	2	3	3

Le graphe est connexe car tous ses sommets sont adjacents.

/1

Mais un graphe connexe admet un cycle eulérien

/1

si et seulement si tous ses sommets sont de degré pair : or ici il y a 2 sommets de degré impair donc il n'existe pas de cycle eulérien.

/1

2. Cela revient à rechercher une chaîne eulérienne.

/1

Le graphe est connexe, de plus il y a 2 sommets

/1

de degré impair ($P4$ et $P5$) : il existe donc une chaîne eulérienne dans ce graphe.

Il est donc possible de voyager en franchissant chaque frontière une fois et une seule.

Ex 4 /2

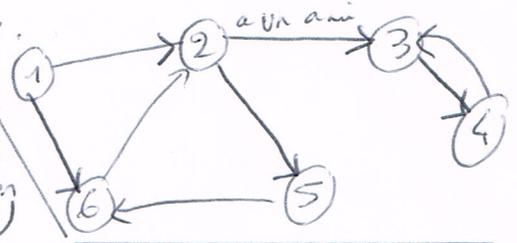
1. Oui. Voici un exemple de graphe. (1 et 2 ont 2 amis, les autres 1 ami)

Autre méthode:

supposons que A et B aient 2 amis chacun, et C, D, E et F 1 ami. On a alors (avec graphe non orienté)

sommet	A	B	C	D	E	F
degré	2	2	1	1	1	1

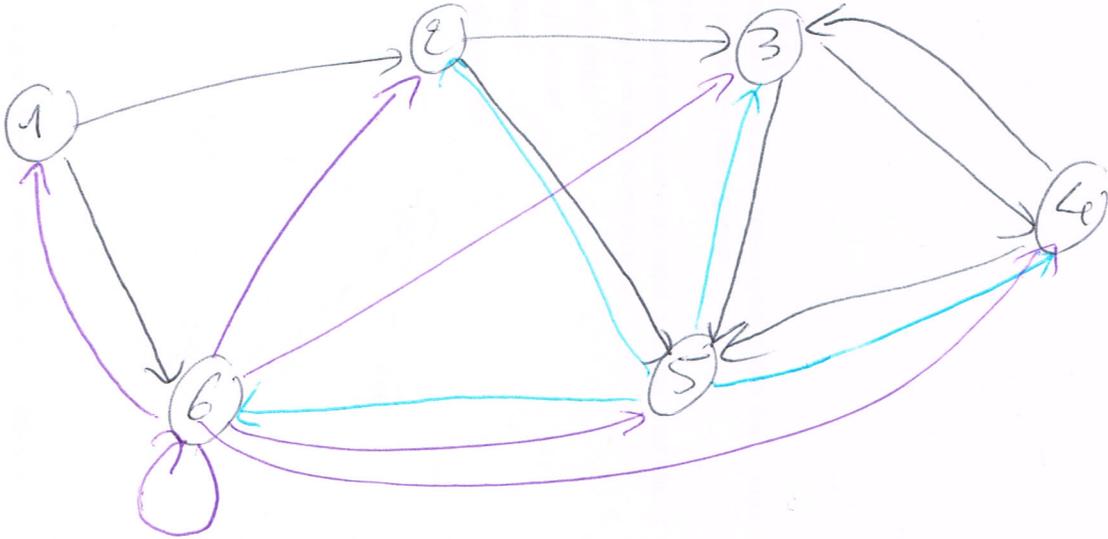
somme degrés = 8



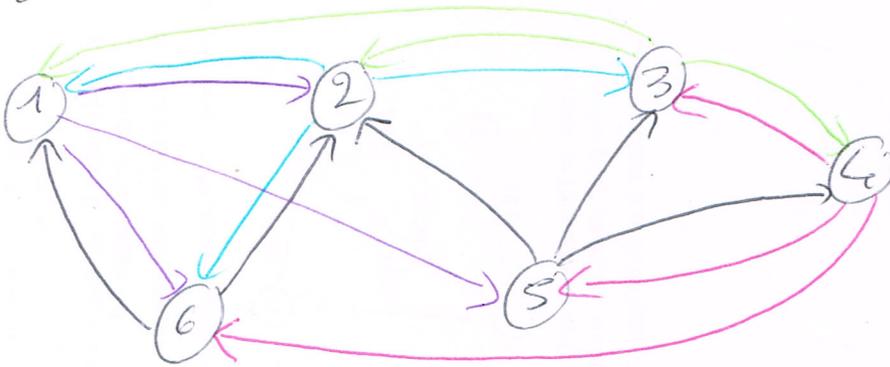
la somme des degrés est pair, si on la divise par 2, on obtient un nombre d'arête égal à 4 donc le graphe est possible.

2. quatre personnes ont 2 amis : sommets ① ② ③ et ④
 une a 4 amis ⑤
 une a 6 amis ⑥ (si on définit la relation "est ami avec" et qu'on admet qu'on peut être ami avec soi-même, sinon ce n'est pas possible)

Graphes possible (graphe orienté).



3. Cinq personnes ont 3 amis : ① ② ③ ④ ⑤ et la dernière 2 amis ⑥



Ex 5: /2

1. Si un graphe connexe admet une chaîne eulérienne, d'extrémités A et B alors le nombre de sommets de degré impair est 0 ou 2.
 s'il est égal à 2 : le degré des sommets A et B est impair, celui des autres sommets est pair.
 s'il est égal à 0 : alors tous les sommets sont de degré pair, y compris A et B.

2. oui. Exemple:

