92 p113

$D_f =]0, +\infty[$

$f(x) = ax + b + c \ln x$ $\quad$ a, b, c réels.

Renseignements d'après la figure :

* $f(1) = 1$
* $f(2) = 2\ln 2$
* $f'(2) = 0$ $\quad$ tangente horizontale au point d'abscisse 2.

f est dérivable sur D_f en tant que somme de fct dérivables :

$$f'(x) = a + \frac{c}{x}$$

On obtient donc le système suivant :

$$(S) \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = 2\ln 2 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (S) \begin{cases} a \times 1 + b + c \ln 1 = 1 \\ a \times 2 + b + c \ln 2 = 2\ln 2 \\ a + \frac{c}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + 0 = 1 & (1) \\ 2a + b + c\ln 2 = 2\ln 2 & (2) \\ a + \frac{c}{2} = 0 & (3) \end{cases}$$

$a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$

$a + \frac{c}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{c}{2} = -a \Leftrightarrow c = -2a$

$2a + b + c\ln 2 = 2\ln 2 \Leftrightarrow 2a + (1-a) - 2a\ln 2 = 2\ln 2$

$\Leftrightarrow 2a - a - 2a\ln 2 = 2\ln 2 - 1$

$\Leftrightarrow a(1 - 2\ln 2) = 2\ln 2 - 1$

$\Leftrightarrow \quad a = \dfrac{2\ln 2 - 1}{1 - 2\ln 2} = \dfrac{2\ln 2 - 1}{-1(2\ln 2 - 1)} = -1$

$b = 1 - a = 2$

$c = -2a = 2$

<u>verification:</u>

* $a + b = -1 + 2 = 1$ égalité (1) vraie
* $2a + b + c\ln 2 = 2\times(-1) + 2 + 2\ln 2 =$
  $= -2 + 2 + 2\ln 2 = 2\ln 2$ égalité (2) vraie
* $a + \dfrac{c}{2} = -1 + \dfrac{2}{2} = 0$ égalité (3) vraie.

<u>Conclusion:</u>

$$\boxed{f(x) = -x + 2 + 2\ln x}$$